Übungen Diskrete Mathematik, TE

9. Übungsblatt

27. Mai 2014

44. Man bestimme durch Partialbruchzerlegung die Reihenentwicklung der folgenden Funktionen:

(a)
$$\frac{1}{(x-3)(x+4)},$$

(b)
$$\frac{1-7x}{1-6x+11x^2-6x^3}.$$

45. Bestimme die Koeffizienten von
$$\frac{1}{(1-ax)^2}$$
mit Hilfe des verallgemeinerten binomischen Lehrsatzes in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$.

46. Man zeige die folgenden Identitäten von Binomialkoeffizienten:

(a)
$$\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$$

(b)
$$\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} = (n+n^2)2^{n-2}$$

47. Sei a_n gegeben durch $a_n = n2^n + 5^n$. Man finde geschlossene Ausdrücke für
$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$
und
$$E(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} x^n$$
(die so genannte exponentielle erzeugende Potenzreihe).

Hinweis: Es gilt $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} = e^z$.

48. Seien $A(x) = \sum \frac{a_n}{n!} x^n$ und $B(x) = \sum \frac{b_n}{n!} x^n$ zwei (exponentiell) erzeugende Potenzreihen und $C(x) = A(x) \cdot B(x)$. Man Zeige, dass die Koeffizienten von $C(x) = \sum \frac{c_n}{n!} x^n$ gegeben sind durch
$$c_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a_k b_{n-k}.$$