

Übungen zur Analysis 3

Wintersemester 2009/2010

Prof. Dr. R. Burkard

Dr. M. Widmer

Blatt 15

(1) Berechne die folgenden Integrale

a) $\int_0^\infty \frac{x^{1/3}}{(x+1)(x+2)} dx$ b) $\int_0^\infty \frac{1}{t^6+1} dt$

(2) Wähle den Hauptzweig des Logarithmus um $\sqrt{z-i}$ zu definieren. Mit dieser Wahl zeige, dass $\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{-ix}}{(x+i)\sqrt{x-i}} dx = (\pi/e)(1-i)$. (Hinweis: Schau dir den Beweis von Satz 9.3 an.)

(3) Bestimme die Anzahl Nullstellen der folgenden Polynome im angegebenen Gebiet.

- a) $2z^4 - 5z + 2$ in $|z| > 1$
- b) $z^7 - 5z^4 + iz^2$ in $|z| < 1$
- c) $z^5 + iz^3 - 4z + i$ in $1 < |z| < 2$

(4) Finde eine biholomorphe Abbildung $f : A \rightarrow B$ mit :

- a) $A = B_1(0)$, $B = \{z; \operatorname{Im} z > 2\}$
- b) $A = \{x + iy; y > x - 2\}$, $B = B_2(2)$
- c) $A = \{re^{i\vartheta}; 0 < r < 1, 0 < \vartheta < \pi/3\}$, $B = \{re^{i\vartheta}; 0 < r < 1, 0 < \vartheta < \pi\}$