

1. Lösen Sie die folgenden Gleichungen und Ungleichungen.

a)

$$|x - 2| + |x - 5| = 3.$$

b)

$$\frac{x^3 - 3x + 2}{x - 1} = 0.$$

c)

$$2x^4 - x^2 - 2 = 0.$$

d)

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0.$$

e)

$$|2x - 1|(x + 3) < 0.$$

2. Sei $\varepsilon > 0$ gegeben. Finden Sie eine ganze Zahl $N \in \mathbb{N}$ derart, dass

$$\frac{3}{n^2 - 4n + 3} \leq \varepsilon,$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq N$, gilt.

3. Fünf Piraten A, B, C, D und E haben einen Schatz von 100 Goldmünzen erbeutet und wollen diesen nun aufteilen. Der Piratenkodex schreibt folgendes Verfahren vor: Der ranghöchste Pirat macht einen Vorschlag, über den abgestimmt wird. Wird der Vorschlag mit Mehrheit ($> 50\%$) angenommen, ist die Verteilung beendet. Andernfalls wird der Pirat, der den Vorschlag gemacht hat, über Bord geworfen und der nächsthöhere Pirat darf einen Vorschlag unterbreiten, der denselben Regeln folgt wie zuvor. Es gelten die folgenden Annahmen

- (I) Die Rangfolge der Piraten ist A, B, C, D, E .
- (II) Alle Piraten haben Mathematik studiert, denken also streng logisch.
- (III) Jeder Pirat hätte lieber mehr Gold als weniger, doch am wertvollsten ist das Überleben.
- (IV) Piraten sind blutrünstig, d.h. ändert sich der eigene Vorteil nicht, werfen sie einen Kollegen lieber über Bord.

Wer überlebt, wer erhält wie viel Gold?

4. Angenommen folgende Aussagen sind bewiesen

- (I) Aus A folgt C .
- (II) Wenn B nicht gilt, dann muss A gelten.
- (III) Aus B folgt C .

Gilt C oder nicht? Versuchen Sie den Beweis so "formal korrekt" wie möglich aufzuschreiben!