6. Zeigen Sie für beliebige endliche Mengen:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Leiten Sie daraus eine entsprechende Formel für $|A \cup B \cup C|$ her. ($|A|$ bezeichnet die Anzahl der Elemente von A)

7. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} k = \frac{1}{4} (1 + (-1)^{n-1} (2n + 1))$$

8. Beweisen Sie für die durch

$$a_0 = 2, \quad a_n = 2 - \frac{1}{a_{n-1}}, \quad n \geq 1$$

rekursiv definierte Folge $(a_1, a_2, \dots)$ die folgende explizite Darstellung:

$$a_n = \frac{n+2}{n+1}.$$

9. Beweisen Sie die folgenden Ungleichungen

- (a) $4^n \leq n!$ für $n \geq 9$
- (b) $4^n \geq n^4$ für $n \geq 4$

10. Grundaufgabe der *klassischen Statistik*: Auf n Zellen sollen k unterscheidbare Teilchen so verteilt werden, dass in der Zelle i genau k_i Teilchen liegen, $k_1 + k_2 + \dots + k_n = k$. Eine Anordnung innerhalb einer Zelle werde nicht berücksichtigt.

Zeigen Sie: Es gibt genau

$$\frac{k!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$$

verschiedene Verteilungen.