

16. Untersuchen Sie die folgenden rekursiv definierten Folgen (x_n) auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls ihre Grenzwerte.

(a) $x_{n+1} = x_n^2 + \frac{1}{4}$ für $n \geq 0$ und $x_0 = 0$.

(b) $x_{n+1} = 3 - \frac{1}{x_n}$ für $n \geq 0$ und $x_0 = 2$.

(c) $x_{n+1} = \frac{1}{2+x_n}$ für $n \geq 0$ und $x_0 = 0$.

17. Lösen Sie folgende Gleichungen über den komplexen Zahlen. Geben Sie jeweils Real- und Imaginärteil der Lösung an.

(a) $\frac{(1+2i)z+9}{(3+4i)z-(9+4i)} = 8-5i$,

(b) $z^2 - 7z + (13-i) = 0$,

(c) $z^4 = -4$.

18. Bestimmen Sie die Werte der Reihen

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^4}{n!}$.

Hinweis: Finden Sie für (a) einen geschlossenen Ausdruck für die Partialsummen $(\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} = ?)$;

für (b) schreiben Sie $n^4 = n(n-1)(n-2)(n-3) + \dots$ und verwenden Sie die Reihendarstellung für e .