19. Für die nachstehende Funktionen ist zu jedem $\epsilon > 0$ ein $\delta_\epsilon > 0$ so zu bestimmen, dass aus $|x - x_0| < \delta_\epsilon$ die Beziehung $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$ folgt.
$$f(x) = x^3, \quad D(f) = \mathbb{R}.$$

20. Finden Sie die Lösung der Gleichung
$$x^3 - 3x^2 + 2x - 5 = 0$$
durch Intervallhalbierung wie beim Beweis des Nullstellensatzes auf zwei Nachkommastellen genau.

21. Beweisen Sie: Ist $f : [a, b] \to [a, b]$ stetig, so gibt es ein $\xi \in [a, b]$ mit $f(\xi) = \xi$. Der Punkt ξ heißt *Fixpunkt* der Funktion f. (Hinweis: betrachten Sie die Funktion $g(x) = f(x) - x$)

22. Drücken Sie $\cos(5x)$ nur durch $\cos(x)$ aus. Hinweis: benützen Sie dazu $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$ und die Formel von de Moivre.

23. Gegeben sei die Folge $x_1 = 0$, $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$. Zeigen Sie
$$\lim_{n\to\infty} 2^n \sqrt{2 - x_n} = \pi.$$
Hinweis: verwenden Sie die Halbwinkelsätze $(0 \le x \le \pi)$
$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}}, \quad \sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}},$$
um einen einfachen Ausdruck für x_n und $\sqrt{2 - x_n}$ zu finden.

24. Bestimmen Sie den Grenzwert
$$\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt[n]{a} - 1\right).$$