40. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D und die partiellen Ableitungen erster Ordnung nach allen auftretenden Variablen im Innern B von D.

(a) $f(x,y) = x^3 e^{xy} + y^x$ (b) $f(x,y,z) = z\sin(xy) - y\cos(yz) + ze^{x+y}$

(c) $f(x,y) = \dfrac{x-y}{\sqrt{x+2y}}$;

41. Die Abbildung $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch

$$\mathbf{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xz + xy + yz \\ xe^y + ze^x \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Ableitungsmatrix $\frac{\partial(f_1,f_2)}{\partial(x,y,z)}(1,0,-1)$.

42. Die reellen Funktionen f seien in ihrem Definitionsbereich zweimal stetig differenzierbar. Berechnen Sie $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ für

(a) $u = f(x^2 + y^2 + z^2)$ (b) $u = f(x, xy, xyz)$.

43. Stellen Sie fest, dass $(1, \frac{1}{2})$ und $(2,1)$ kritische Punkte der Funktion

$$f(x,y) = x^3 - 4x^2 - 2xy + 2y^2 + 6x$$

sind und bestimmen Sie und ihren Typ.