

44. Bestimmen Sie für die folgenden Matrizen die Matrizenfunktion e^{tA} :

$$(a) \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad (b) \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad (c) \quad A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Hinweis zu (c): „erraten“ Sie eine Formel für A^n durch Bestimmen der ersten Werte und setzen Sie diese in die Definition von e^{tA} ein.

45. Lösen Sie die folgenden Systeme von Differentialgleichungen:

$$(a) \quad \vec{y}' = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \vec{y}, \quad (b) \quad \begin{aligned} x' &= -4x + y \\ y' &= 3x - 2y \end{aligned}.$$

46. Lösen Sie die folgenden Systeme von Differentialgleichungen:

$$(a) \quad \vec{y}' = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \vec{y} + \begin{pmatrix} \cos(t) \\ e^{-t} \end{pmatrix}, \quad (b) \quad \begin{aligned} x' &= -4x + y + 1 \\ y' &= 3x - 2y - e^{-2t} \end{aligned}.$$