10. Gegeben sei eine Rotationsfläche $\mathcal{F}$, die durch Rotation des Graphen einer positiven Funktion $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ um die x -Achse entsteht. Das Intervall I kann ganz $\mathbb{R}$ sein.
- Finden Sie eine geeignete Parametrisierung von $\mathcal{F}$
 - bestimmen Sie die Gauß-Krümmung in jedem Punkt.
 - Stellen Sie eine Differentialgleichung für eine Funktion f auf, deren Rotationsfläche konstante negative Gauß-Krümmung (konkret: -1) aufweist.

Hinweis: Die Lösung für Gauß-Krümmung -1 ist die Traktrix.

Eine zweidimensionale Fläche heißt *Torse*, wenn sie konstante verschwindende Gaußsche Krümmung hat. Sie lässt sich dann in die Ebene abwickeln.

11. Zeigen Sie, dass die Hauptnormalen- und die Binormalenfläche einer Kurve genau dann Torsen sind, wenn die Kurve in einer Ebene liegt.
12. Sei eine Regelfläche

$$\mathbf{F}(u^1, u^2) = \vec{\ell}(u^1) + u^2 \vec{r}(u^1)$$

durch ihre Leitkurve $\vec{\ell} : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ und ihre Richtkurve $\vec{r} : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben. Bestimmen Sie die Gaußsche Krümmung der Fläche. (Hinweis: die Formel $\langle \vec{a}, \vec{b} \times \vec{c} \rangle = \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ hilft). Verwenden Sie das Ergebnis um zu zeigen, dass eine Regelfläche genau dann eine Torse ist, wenn sie ein Zylinder, ein Kegel oder eine Tangentenfläche ist.

13. Die Familie von Flächen

$$\mathcal{F}_\theta : \begin{cases} x = \cos(\theta) \sinh(v) \sin(u) + \sin(\theta) \cosh(v) \cos(u), \\ y = -\cos(\theta) \sinh(v) \cos(u) + \sin(\theta) \cosh(v) \sin(u), \\ z = u \cos(\theta) + v \sin(\theta) \end{cases} \quad \begin{array}{l} -\pi < u \leq \pi, \\ -\infty < v < \infty \end{array}$$

werde durch den Parameter θ mit $-\pi < \theta \leq \pi$ indiziert.

Bestimmen Sie in jedem Punkt in jeder Fläche $\mathcal{F}_\theta$ die Gauß-Krümmung.