19. Seien K und L kompakte metrische Räume. Zeigen Sie, dass die Algebra

$$\mathcal{A} = C_{\mathbb{R}}(K) \otimes C_{\mathbb{R}}(L) = [\{f(x)g(y) \mid f \in C_{\mathbb{R}}(K), g \in C_{\mathbb{R}}(L)\}]$$

dicht in $C_{\mathbb{R}}(K \times L)$ liegt.

20. Sei

$$X = \{0,1\}^{\mathbb{N}_0} = \{(x_0, x_1, \ldots) \mid x_n \in \{0,1\}\}$$

der Raum der 0-1-Folgen. Dieser ist ein kompakter metrischer Raum (Analysis 2). Zeigen Sie, dass die von den Funktionen

$$f_k(x_0, x_1, \ldots) = (-1)^{x_k} \quad k \in \mathbb{N}_0$$

erzeugte Algebra dicht im Raum der stetigen Funktionen liegt.

21. Zeigen Sie, dass die Polynome mit rationalen Koeffizienten dicht im Raum der stetigen Funktionen auf $[0,1]$ liegen.

22. Sei $0 < a < b < 1$. Zeigen Sie, dass die Polynome mit ganzzahligen Koeffizienten dicht im Raum der stetigen Funktionen auf $[a,b]$ liegen. Warum ist die Aussage für die stetigen Funktionen auf $[0,1]$ falsch?

23. Bestimmen Sie den Wert des Integrals

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin(x)}{x}\right)^2 dx.$$