

23. Lösen Sie die Differentialgleichung für $x > 0$

$$y' + \frac{2}{x}y = x.$$

24. Zeigen Sie, dass für $\nu \in \mathbb{N}_0$ die durch

$$J_\nu(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin(\phi) - \nu\phi) d\phi$$

gegebene Bessel-Funktion die Differentialgleichung

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0$$

erfüllt. Hinweis: Das Integral wird differenziert, indem man unter dem Integral den Integranden partiell nach x ableitet (siehe „Young Sheldon“ S02E07).

25. Lösen Sie die Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} (a) \quad & y'''' + 2y''' + 2y'' + 2y' + y = 0 \\ (b) \quad & y'' - 4y' + 4y = 0 \end{aligned}$$

26. Lösen Sie die Anfangswertprobleme

$$\begin{aligned} (a) \quad & y'' + 4y' + 4y = e^{-2t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1 \\ (b) \quad & y'' + 3y' + 2y = e^{-t} + 2 \cos(t), \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1 \end{aligned}$$