

Zweistufige Türme von 3-Klassenkörpern über quadratischen Zahlkörpern mit triadisch irregulärer Diskriminante

FRI/EPCOS 10:30–10:50

Daniel C. Mayer (Graz)

Wir gehen von einem quadratischen Zahlkörper \mathbb{K} mit Diskriminante d und 3-Klassengruppe vom Typus $(3, 3)$ oder $(9, 3)$ als Grundkörper aus. Dann besitzt \mathbb{K} vier unverzweigte zyklisch kubische Erweiterungskörper N_1, \dots, N_4 mit nicht-isomorphen absolut kubischen Teilkörpern L_1, \dots, L_4 übereinstimmender Fundamentaldiskriminante d .

Aus den Klassenzahlbeziehungen zwischen N_i und L_i und der Theorie der Verlagerungen von zweistufig metabelschen 3-Gruppen in ihre maximalen Untergruppen leiten wir einen Zusammenhang zwischen den 3-Klassenzahlen h_1, \dots, h_4 von L_1, \dots, L_4 und der Struktur der Automorphismengruppe $\mathbb{G} = \text{Gal}(\mathbb{K}_2|\mathbb{K})$ des zweiten Hilbertschen 3-Klassenkörpers \mathbb{K}_2 über \mathbb{K} her. Von ringtheoretischem Gesichtspunkt aus interpretieren wir diese Struktur mit Hilfe der symbolischen Ordnung des Hauptkommutators $[y, x]$ von $\mathbb{G} = \langle x, y \rangle$.

Die Ergebnisse benutzen wir zur numerischen Analyse der komplexen Grundkörper \mathbb{K} mit $|d| < 300\,000$ und der reellen Grundkörper \mathbb{K} mit $d < 600\,000$, wobei sich eine große Anzahl bisher unbekannter Varianten des Typus der 3-Kapitulation von \mathbb{K} in N_1, \dots, N_4 sowie die Zweistufigkeit des gesamten 3-Klassenkörperturmes einer Serie reell quadratischer Körper ergibt.

- [1] ARNOLD SCHOLZ UND OLGA TAUSKY: Die Hauptideale der kubischen Klassenkörper imaginär quadratischer Zahlkörper. *J. reine angew. Math.* **171** (1934), 19–41.
- [2] FRANZ-PETER HEIDER UND BODO SCHMITHALS: Zur Kapitulation der Idealklassen in unverzweigten primzyklischen Erweiterungen. *J. reine angew. Math.* **336** (1982), 1–25.
- [3] JAMES R. BRINK: The class field tower for imaginary quadratic number fields of type $(3, 3)$. Dissertation, Ohio State Univ., 1984.
- [4] JAMES R. BRINK AND ROBERT GOLD: Class field towers of imaginary quadratic fields. *manuscripta math.* **57** (1987), 425–450.
- [5] BRIGITTE NEBELUNG: Klassifikation metabelscher 3-Gruppen mit Faktorkommutatorgruppe vom Typ $(3, 3)$ und Anwendung auf das Kapitulationsproblem. Inauguraldissertation, Univ. zu Köln, 1989.
- [6] DANIEL C. MAYER: Principalization in complex S_3 -fields. *Congressus Numerantium* **80** (1991), 73–87.