6. Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix der zwei- und dreidimensionalen Polarkoordinatentransformation, sowie ihre Inverse und ihre Determinante.
7. Ein Kreis mit Radius $\frac{1}{4}$ rollt im Inneren eines Kreises mit Radius 1 ab (zum Zeitpunkt $t = 0$ berühre der kleinere Kreis den größeren im Punkt $(1, 0)$). Beschreiben Sie die Bahn des Punktes auf dem abrollenden Kreis, der zum Zeitpunkt $t = 0$ in $(1, 0)$ liegt, und zeigen Sie, dass diese Kurve (die Asteroide) die Gleichung

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1$$

erfüllt.

8. Die *Traktrix* ist durch die Gleichungen

$$x(t) = t - \tanh(t), \quad y(t) = \frac{1}{\cosh(t)}$$

für $t \geq 0$ gegeben. Zeigen Sie, dass der Abschnitt der Tangente zwischen dem Punkt $\mathbf{x}(t)$ und der x -Achse konstante Länge hat. Argumentieren Sie damit, dass diese Kurve von einem Massenpunkt beschrieben wird, der an einer Stange gezogen wird.

9. Die *Kettenlinie* ist durch die Gleichung $y = a \cosh(x/a)$ für $a > 0$ gegeben. Zeigen Sie, dass diese Kurve die Gleichung $ay'' = \sqrt{1 + y'^2}$ erfüllt. Argumentieren Sie, dass durch diese Differentialgleichung die Übertragung der Gravitationskräfte eines Seiles (konstanter Dichte) in Tangentialrichtung modelliert wird.
10. Bestimmen Sie die Krümmung der durch

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} t \cos(t) \\ t \sin(t) \end{pmatrix}, \quad t > 0$$

gegebenen Kurve. Fertigen Sie eine Skizze der Kurve an.