

11. Leiten Sie Formeln für die Krümmung und Torsion einer Raumkurve in allgemeiner Parameterdarstellung ab.
12. Bestimmen Sie Krümmung und Torsion der durch

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} t \cos(t) \\ t \sin(t) \\ t^2 \end{pmatrix}$$

gegebenen Raumkurve.

13. Zeigen Sie, dass eine Raumkurve genau dann in einer Ebene liegt, wenn ihre Torsion identisch verschwindet.
14. Die *Traktrix* ist durch die Gleichungen

$$x(t) = t - \tanh(t), \quad y(t) = \frac{1}{\cosh(t)}$$

für $t \geq 0$ gegeben. Bestimmen Sie die *Evolute* der Traktrix, also die Kurve, auf der die Krümmungsmittelpunkte liegen. Welche Kurve ergibt sich?

15. Gegeben sei eine ebene Kurve in Bogenlängenparametrisierung $\mathbf{x}(s)$, $s \in [0, S]$. Geben Sie die Parametrisierung der Kurve an, die durch den Endpunkt eines Fadens beschrieben wird, der von der ursprünglichen Kurve abgewickelt wird (*Evolvente*). Zeigen Sie, dass die Evolute (siehe Beispiel 14) dieser Kurve wieder die ursprüngliche Kurve ist.