

16. Zeigen Sie, dass die durch

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{\cos(t)}{\cosh(kt)} \\y(t) &= \frac{\sin(t)}{\cosh(kt)} \\z(t) &= \tanh(kt)\end{aligned}$$

($t \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}$ ein fester Parameter) gegebene Kurve (*Loxodrome*) auf der Einheits-sphäre liegt und jeden Breitenkreis unter einem festen (von k abhängigen) Winkel schneidet. Zeigen Sie, dass sich diese Kurve für $t \rightarrow \pm\infty$ und $k \neq 0$ an die Pole annähert und bestimmen Sie ihre Bogenlänge.

17. Ein Torus entsteht durch Rotation eines Kreises in der x - z -Ebene mit Radius r und Mittelpunkt $(R, 0, 0)$ ($R > r$) um die z -Achse. Geben Sie eine Parametrisierung dieser Fläche an und bestimmen Sie die Koordinaten der beiden Fundamentalformen. Berechnen Sie die Gaußsche Krümmung $K = \frac{\det(h_{ij})}{\det(g_{ij})}$ und diskutieren Sie ihr Vorzeichen.

18. Die *Pseudosphäre* entsteht durch Rotation der *Traktrix*

$$\begin{aligned}x(t) &= t - \tanh(t) \\y(t) &= \frac{1}{\cosh(t)}\end{aligned}$$

($t > 0$) um die x -Achse. Berechnen Sie die Gaußsche Krümmung der Pseudosphäre.

19. Das *Katenoid* entsteht durch Rotation der Kettenlinie $y = c \cosh(x/c)$ um die x -Achse ($c > 0$). Bestimmen Sie die mittlere Krümmung des Katenoids.