38. Bestimmen Sie zu dem Vektorfeld

$$\vec{V}(x,y) = \begin{pmatrix} 3x^2 + 4x - 3y \\ -3(x + y(y+2)) \end{pmatrix}$$

ein Potential und beschreiben Sie die Äquipotentiallinien.

39. Verifizieren Sie den Integralsatz von Gauss-Green anhand des Linienintegrals

$$\oint_\gamma 2xy\,dx + (x^2 + y^2)\,dy,$$

wobei γ die Berandung des ebenen Bereichs

$$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq 1 \wedge -\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \leq y \leq (1 - x^2)\}$$

bezeichnet.

40. Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\oiint_{\mathcal{O}} yz\,dy \wedge dz + xz\,dz \wedge dx + xy\,dx \wedge dy,$$

wobei $\mathcal{O}$ die Berandung des Bereichs

$$B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \wedge x^2 + y^2 \geq 1\}$$

bezeichnet.

41. Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\iint_{\mathcal{O}} (x^2 - xy)\,dy \wedge dz + (1 - 3y + z)\,dz \wedge dx + (-xz)\,dx \wedge dy.$$

Dabei ist $\mathcal{O}$ die Oberfläche des Paraboloids $z = x^2 + y^2,\ z \leq 4$ mit nach oben gerichtetem Normalvektor bezeichnet.

42. Verifizieren Sie den Satz von Stokes für das Vektorfeld

$$\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x + y \\ y^2 \\ x - z^2 \end{pmatrix}$$

und die Fläche F mit

$$F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2,\ z \leq 1\}$$

mit nach oben $(z > 0)$ gerichtetem Normalvektor.