

Name:

Matrikelnr.:

**Mathematik I Vorlesungsprüfung am 7. Februar 2017**  
(Gruppe A)

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	10	10	10	10
				= Punkte

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**  
**Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer, sowie den Vermerk „Gruppe A“!**

- (a) Finden Sie alle  $x \in \mathbb{R}$  mit  $\frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1} = 2$ ; (4 Punkte)  
(b) Ermitteln Sie zur Ungleichung  $z\bar{z} - 3\bar{z} + i\bar{z} - 3z - iz < -1$  die Lösungsmenge in  $\mathbb{C}$  und skizzieren Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene. (6 Punkte)
- Es seien  $a_n$  und  $b_n$  für  $n \in \mathbb{N}$  definiert durch

$$a_n := \frac{(-1)^{n+1}n}{n^2 + 2n - 1}, \quad b_n := \frac{(3n + 2)!}{(3n - 1)!(n^3 + 3n - 1)}$$

- (a) Untersuchen Sie ob die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sowie die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergieren. Geben Sie für  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gegebenenfalls den Grenzwert an. (5 Punkte)  
(b) Untersuchen Sie ob die Folge  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sowie die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  konvergieren. Geben Sie für  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gegebenenfalls den Grenzwert an. (5 Punkte)
- Finden Sie alle vertikalen und horizontalen Asymptoten der Funktion

$$f(x) = \frac{2x^2 \left( \frac{1}{\cosh(x) - 1} + 21 \right)}{x^2 - 2x - 15}. \quad (10 \text{ Punkte})$$

- Die Funktion  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  ist gegeben durch

$$f(x) = \frac{e^{1/x}}{x^2(e^{1/x} + 6)^2}.$$

- (a) Berechnen Sie mit Hilfe einer geeigneten Substitution eine Stammfunktion  $F$  von  $f$ . (5 Punkte)  
(b) Untersuchen Sie ob das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

existiert und geben Sie gegebenenfalls seinen Wert an. (5 Punkte)