

Name:

Matrikelnr.:

### Mathematik I Vorlesungsprüfung am 3. Mai 2017

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	10	10	10	10
				= Punkte

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**  
**Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer**

1. Es seien die Punkte  $A, B, C, D$  im Raum durch

$$A = \begin{pmatrix} \alpha \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ \beta \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

gegeben, wobei  $\alpha$  und  $\beta$  reelle Zahlen sind. Es sei  $g$  die Gerade durch  $A$  und  $B$ , und  $h$  die Gerade durch  $C$  und  $D$ .

- (a) Geben Sie die Geradengleichungen von  $g$  und  $h$  an. (2 Punkte)
- (b) Für welche Werte von  $\alpha$  und  $\beta$  sind  $g$  und  $h$  parallel? (2 Punkte)
- (c) Für welche  $\alpha$  und  $\beta$  sind  $g$  und  $h$  senkrecht zueinander? (2 Punkte)
- (d) Es sei  $\alpha = 2$  und  $\beta = 5$ . Finden Sie einen Vektor, der zu den beiden Geraden senkrecht ist. (1 Punkt)
- (e) Berechnen Sie den Abstand zwischen den beiden Geraden im Fall  $\alpha = 2$  und  $\beta = 5$ . (3 Punkte)

2. Untersuchen Sie die beiden folgenden Reihen auf Konvergenz.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-3}{2n} \right)^{n^2} \quad (5 \text{ Punkte})$$

$$(b) \sum_{n=42}^{\infty} (\sqrt{n-1} - \sqrt{n-7}) \quad (5 \text{ Punkte})$$

3. Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \ln(1-x)}{x(1-\cos(x))}$$

oder argumentieren Sie, dass der Grenzwert nicht existiert. (10 Punkte)

4. Bestimmen Sie alle Extremstellen und Wendepunkte der Funktion (10 Punkte)

$$f(x) = e^{-2x} (2x^2 - 2x + 1).$$