

Tutorium Mathematik I, M

13. Jänner 2017

***Aufgabe 1.** Ermitteln Sie alle Asymptoten der Funktion

$$f(x) = \frac{3x^2 + e^{-x} + x \ln\left(\frac{1}{x^2} + 1\right)}{x + 1}.$$

Aufgabe 2. Ermitteln Sie alle Asymptoten der Funktionen

$$(a) f_1(x) = \frac{\pi}{x^2 + x - 1}$$

$$(b) f_2(x) = \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 - 1}$$

$$(c) f_3(x) = \sqrt{x^2 - x + 5}$$

$$(d) f_4(x) = \frac{x^2 + \arctan(x)}{x - 2}$$

$$(e) f_5(x) = \frac{x^2 + x \arctan(x)}{x - 2}$$

$$(f) f_6(x) = \exp\left(\frac{x}{x^3 - 2x^2 + x}\right)$$

$$(g) f_7(x) = \exp\left(\frac{1}{x^2 - 4}\right)$$

$$(h) f_8(x) = \left(3x - 5 - \frac{2}{x}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{x}\right)$$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

- (a) Diese Funktion besitzt senkrechte Asymptoten bei $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ und bei $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ sowie eine waagerechte Asymptote bei $y = 0$.
- (b) Diese Funktion besitzt keine senkrechte Asymptote (die Grenzwerte bei $x = 1$ sind nicht unendlich), aber eine schiefe Asymptote $y = x$.
- (c) Diese Funktion besitzt weder eine senkrechte Asymptote (sie ist überall definiert) noch eine waagerechte oder schiefe Asymptote (die Grenzwerte von $f_3(x)/x$ für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$ existieren zwar, sind aber nicht identisch).
- (d) Diese Funktion besitzt eine senkrechte Asymptote bei $x = 2$ und eine schiefe Asymptote $y = x + 2$.
- (e) Diese Funktion besitzt eine senkrechte Asymptote bei $x = 2$ aber keine schiefe Asymptote (es gilt zwar $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f_5(x)}{x} = 1$, und es existieren auch die Grenzwerte von $f_5(x) - x$, aber diese sind nicht identisch).
- (f) Diese Funktion besitzt eine senkrechte Asymptote bei $x = 1$ und eine waagerechte Asymptote bei $y = 1$. ($x = 0$ ist keine senkrechte Asymptote, da der Grenzwert an dieser Stelle gleich e ist.)
- (g) Diese Funktion besitzt keine senkrechte Asymptote (bei $x_1 = 2$ und $x_2 = -2$ ist zwar jeweils einer der einseitigen Grenzwerte unendlich, der andere ist aber 0) und eine waagerechte Asymptote bei $y = 1$.
- (h) Diese Funktion besitzt keine senkrechte Asymptote (die einseitigen Grenzwerte bei $x = 0$ existieren nicht), aber die schiefe Asymptote $y = 3x - 5$.