

# Tutorium Mathematik I, M

20. Januar 2017

**\*Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die Integrale

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x - 5}} dx, \quad \int \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} dx,$$
$$\int x e^{-x} dx, \quad \int \arcsin(x) dx.$$

**Aufgabe 2.** Bestimmen Sie die Integrale

(a)  $\int \frac{\arcsin(x)^3}{\sqrt{1 - x^2}} dx,$

(b)  $\int \frac{1}{8x - x^2} dx,$

(c)  $\int \frac{\ln(x)}{x \sqrt{1 - \ln(x)^2}} dx,$

(d)  $\int \frac{1}{9x^2 - 6x + 1} dx,$

(e)  $\int x \arctan(x) dx,$

(f)  $\int \frac{\sinh(x)}{\sqrt{\cosh(x)^2 + 4 \cosh(x) - 5}} dx,$

(g)  $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2 - 6x + 5}} dx,$

(h)  $\int \ln(x)^2 dx.$

Die mit \* markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

## Lösung von Aufgabe 2

Die Darstellungen der Stammfunktionen sind im Allgemeinen nicht eindeutig.

$$(a) \int \frac{\arcsin(x)^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{4} \arcsin(x)^4 + C.$$

$$(b) \int \frac{1}{8x-x^2} dx = \begin{cases} \frac{1}{4} \operatorname{artanh}\left(\frac{x-4}{4}\right) + C & \text{für } x \in (0, 8), \\ \frac{1}{4} \operatorname{arcoth}\left(\frac{x-4}{4}\right) + C & \text{für } x \in (-\infty, 0) \cup (8, \infty). \end{cases}$$

$$(c) \int \frac{\ln(x)}{x\sqrt{1-\ln(x)^2}} dx = -\sqrt{1-\ln(x)^2} + C.$$

$$(d) \int \frac{1}{9x^2-6x+1} dx = \frac{1}{3-9x} + C.$$

$$(e) \int x \arctan(x) dx = \frac{1}{2} x^2 \arctan(x) - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \arctan(x) + C.$$

$$(f) \int \frac{\sinh(x)}{\sqrt{\cosh(x)^2 + 4 \cosh(x) - 5}} dx = \operatorname{arcosh}\left(\frac{\cosh(x) + 2}{3}\right) + C.$$

$$(g) \int \frac{1}{\sqrt{9x^2-6x+5}} dx = \frac{1}{3} \operatorname{arsinh}\left(\frac{3x-1}{2}\right) + C.$$

$$(h) \int \ln(x)^2 dx = x(\ln(x)^2 - 2\ln(x) + 2) + C.$$