

# Tutorium Mathematik I, M

4. November 2016

**\*Aufgabe 1.** Wir betrachten die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

und den Punkt

$$P = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme eine Darstellung von  $g$  in Normalform. Desweiteren berechne man den Abstand von  $P$  zur Gerade  $g$  und den Punkt auf  $g$ , der  $P$  am nächsten liegt.

Die mit \* markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

**Aufgabe 2.** Wir betrachten die Geraden

$$g_1: 3x + 2y = 6, \quad g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g_4: 3x - 3y = 6$$

und die Punkte

$$P = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad Q = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Man bestimme alle Lagebeziehungen zwischen den Geraden sowie gegebenenfalls ihre Schnittpunkte oder (falls sie parallel sind) ihre Abstände.
- (b) Berechnen Sie die Abstände von  $P$  und  $Q$  von den Geraden und jeweils die Punkte auf den Geraden, die ihnen am nächsten liegen.

**Aufgabe 3.** Zeichnen Sie die Geraden

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 14 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 16 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g_4: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

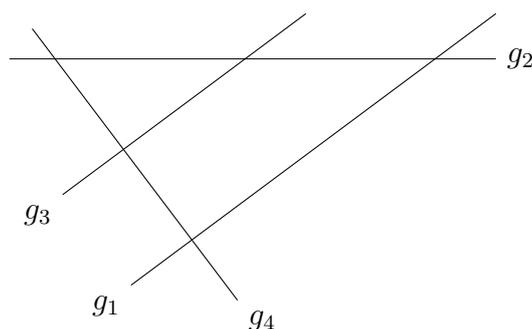
in die Ebene und berechnen Sie die Flächeninhalte aller entstehenden Flächenstücke.

## Lösung von Aufgabe 2

- (a) Die Geraden  $g_2$  und  $g_4$  sind identisch,  $g_1$  und  $g_3$  sind parallel mit Abstand  $\frac{5}{\sqrt{13}}$ . Der Schnittpunkt von  $g_2 = g_4$  mit  $g_1$  ist  $(2, 0)$ , der mit  $g_3$  ist  $(1, -1)$ .
- (b) Der Punkt  $P$  hat den Abstand  $\sqrt{13}$  von  $g_1$  und der nächste Punkt auf  $g_1$  ist  $(0, 3)$ .  
P hat den Abstand  $3\sqrt{2}$  von  $g_2 = g_4$  und der nächste Punkt auf  $g_2 = g_4$  ist  $(0, -2)$ .  
P hat den Abstand  $\frac{8}{\sqrt{13}}$  von  $g_3$  und der nächste Punkt auf  $g_3$  ist  $(-15/13, 29/13)$ .  
Der Punkt  $Q$  hat den Abstand  $\frac{8}{\sqrt{13}}$  von  $g_1$  und der nächste Punkt auf  $g_1$  ist  $(28/13, -3/13)$ .  
 $Q$  hat den Abstand  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  von  $g_2 = g_4$  und der nächste Punkt auf  $g_2 = g_4$  ist  $(7/2, 3/2)$ .  
 $Q$  hat den Abstand  $\sqrt{13}$  von  $g_3$  und der nächste Punkt auf  $g_3$  ist  $(1, -1)$ .

## Lösung von Aufgabe 3

$g_1$  und  $g_3$  sind parallel:



Von den zehn Flächenstücken sind acht unendlich groß. Das Dreieck hat den Flächeninhalt 150, das Viereck hat Flächeninhalt 450. (Damit hat das größere Dreieck, das die Vereinigung aus dem Dreieck und dem Viereck ist, Flächeninhalt 600.)