Tutorium Mathematik I, M

16. Dezember 2016

***Aufgabe 1.** Man bestimme die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln(1+x)\ln(x)$ (b) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{\ln(1+3x)} - \dfrac{1}{\ln(1+2x)}\right)$

(c) $\lim\limits_{x\to\infty} (3^x - 2^x)$

Aufgabe 2. Man bestimme die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln(x))^3$ (b) $\lim\limits_{x\to 0^-} \left(\dfrac{1}{\ln(1+x)} + \dfrac{1}{\ln(1+x^2)}\right)$

(c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln\big(\ln(x)\big)}{\ln(x)}$ (d) $\lim\limits_{x\to 0} \big(1+2\sin(x)\big)^{\frac{1}{x}}$

(e) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x} + \ln(x)\right)$ (f) $\lim\limits_{x\to 0} x\cot(\pi(x-1))$

(g) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x-3}{2x+3}\right)^{5x}$ (h) $\lim\limits_{x\to\infty} \big(\ln(1+3x) + \ln(1+2x)\big)$

(i) $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-x}\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)$ (j) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x+\sin(x)}{x-1}$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) Der Grenzwert ist 0.

(b) $\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}+\frac{1}{\ln(1+x^2)}\right)=\infty$.

(c) Der Grenzwert ist 0.

(d) Der Grenzwert ist e^2.

(e) $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}+\ln(x)\right)=\infty$.

(f) Der Grenzwert ist $\frac{1}{\pi}$.

(g) Der Grenzwert ist e^{-15}.

(h) $\lim_{x\to\infty}\big(\ln(1+3x)+\ln(1+2x)\big)=\infty$ (hierfür benötigt man keinen l'Hospital).

(i) Der Grenzwert ist 0.

(j) Der Grenzwert ist 1. Hier funktioniert l'Hospital allerdings *nicht*! Der Ausdruck ist zwar von der Form $\frac{\infty}{\infty}$, aber nach Anwendung von l'Hospital erhielte man $\lim_{x\to\infty}(1+\cos(x))$, was nicht existiert. Kürzt man aus dem ursprünglichen Bruch aber ein x heraus, erhält man direkt den Grenzwert 1.