

Mathematik I WS 2016/17
0. Übungsblatt
18.10.2016

Aufgabe 0.1. Fünf Leute streiten sich, wer von ihnen im Recht ist:

- „Mindestens eine der nächsten zwei Aussagen wird falsch sein“, behauptet Andreas.
- Birgit meint: „Eine gerade Anzahl von uns haben recht.“
- Christina jedoch sagt: „Birgit liegt falsch.“
- Donald hält nicht viel von seinen Mitmenschen: „Diese vier Versager reden Unsinn“, sagt er, „nur von mir kriegt man die Wahrheit.“
- Elena fügt hinzu: „Ich habe zwar auf die anderen nicht aufgepasst, aber 42 ist gewiss eine Primzahl.“

Lässt sich eindeutig feststellen, wer von den fünfem recht hat? Falls ja, wer?

Aufgabe 0.2. Schreiben Sie die folgenden Summen mit Hilfe des \sum -Zeichens:

- (a) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n}$
- (b) $9 - 16 + 25 - 36 + 49 - \dots + 169,$
- (c) $-11 - 15 - 19 - 23 - 27 - \dots - 103,$
- (d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \dots - \frac{1}{2550}.$

Aufgabe 0.3. Zeigen Sie für $n \geq m \geq 1$

- (a) $m \cdot \binom{n}{m} = n \cdot \binom{n-1}{m-1},$
- (b) $\sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k} = 3^n.$

Aufgabe 0.4. Seien A die Menge aller durch 4 teilbaren Zahlen, B die Menge aller durch 6 teilbaren Zahlen und C die Menge aller durch 12 teilbaren Zahlen. Geben Sie die Mengen

$$A \cup B, \quad B \cup C, \quad C \cup A, \quad A \cap B, \quad B \cap C \quad \text{und} \quad C \cap A \tag{1}$$

in der Schreibweise $\{x \mid \dots\}$ an und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich. Bestimmen Sie, welche der in (1) genannten Mengen Teilmengen der anderen sind.

Aufgabe 0.5. (a) Bestimmen Sie Funktionen $f_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sodass:

- (i) f_1 injektiv aber nicht surjektiv ist;
- (ii) f_2 surjektiv aber nicht injektiv ist.

(b) Bestimmen Sie ob die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, die durch

$$f(x) = \frac{3x + 5}{x - 2}$$

definiert ist, bijektiv ist.