

Mathematik I WS 2016/17
2. Übungsblatt
8.11.2016

Aufgabe 2.1. Bestimmen Sie für jede der beiden folgenden Ungleichungen alle komplexen Zahlen, welche diese erfüllen. Zeichnen Sie die beiden Lösungsmengen in der komplexen Zahlenebene.

(a) $|z + (5 - i)| < \operatorname{Im}(z)$;

(b) $z\bar{z} - 5\bar{z} + 2i\bar{z} - 5z - 2iz < -20$.

Aufgabe 2.2. Berechnen Sie mit Hilfe von Polarkoordinaten die Real- und Imaginärteile von

$$(3 + 2i)^{16}, \quad (3 - 2i)^{16} \quad \text{und} \quad (-3 + 2i)^{16}.$$

Sie dürfen dazu einen Taschenrechner (aber keine Computerprogramme) verwenden.

Aufgabe 2.3. Der *Umkreis* eines Dreiecks ist derjenige Kreis, welcher durch alle drei Eckpunkte verläuft. Finden Sie den Mittelpunkt und Radius des Umkreises von ABC mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 \\ -10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 17 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2.4. Wir betrachten die beiden Geraden

$$g: \vec{x} = A + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = B + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Schnittpunkt C der beiden Geraden und berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Aufgabe 2.5. Seien g und h Geraden gegeben durch

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: 4x - 3y = 23$$

und sei P der Punkt $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Abstände zwischen P und den Geraden g, h und jeweils den Punkt Q_g bzw. Q_h auf der entsprechenden Geraden, der P am nächsten ist.

(b) Berechnen Sie den Schnittpunkt S der beiden Geraden und den Flächeninhalt des Vierecks PQ_gSQ_h .

Aufgabe 2.6. Wir betrachten die Geraden

$$e: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad f: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad g: 2x - 3y = 4 \quad \text{und} \quad h: 2x + 3y = 4.$$

(a) Bestimmen Sie eine Darstellung der Geraden e in Normalform.

(b) Untersuchen Sie die Lagebeziehungen der Geraden f, g und h .