

Mathematik I WS 2016/17
7. Übungsblatt
13.12.2016

Bei den Aufgaben auf diesem Blatt dürfen Sie keine Differentialrechnung verwenden!

Aufgabe 7.1. Berechnen Sie anhand der Definitionen der hyperbolischen Funktionen die Identitäten

$$\begin{aligned}\sinh(x+y) &= \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y), \\ \cosh(x+y) &= \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y).\end{aligned}$$

Aufgabe 7.2. Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und geben Sie gegebenenfalls Ihren Wert an:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{\cosh(x)}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \coth(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1}$

Aufgabe 7.3. Für welche Werte $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ist die folgende Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig?

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \sin(ax) & \text{für } x \leq 0 \\ b \cdot \frac{x^2 + 7x + c}{x-1} & \text{für } 0 < x < 1 \\ x^3 - 1 + \frac{d}{x} & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

Aufgabe 7.4. Für welche Werte $a, b, c \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f(x) = \frac{x^4 - 11x^3 + ax^2 + bx + c}{x^3 + x^2 - 30x}$$

auf ganz \mathbb{R} stetig fortsetzbar?

Aufgabe 7.5. Sei

$$f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 - 2x - 8}{x^3 - 3x + 2}.$$

Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge D für f . An welchen Punkten in $\mathbb{R} \setminus D$ ist f stetig fortsetzbar? Geben Sie für diese Punkte den dazugehörigen Funktionswert der stetigen Fortsetzung an.

Aufgabe 7.6. Sei

$$f(x) = \frac{e^{3x} - 7e^{2x} + 15e^x - 9}{e^{3x} - 5e^{2x} + 3e^x + 9}.$$

Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge D für f . An welchen Punkten in $\mathbb{R} \setminus D$ ist f stetig fortsetzbar? Geben Sie für diese Punkte den dazugehörigen Funktionswert der stetigen Fortsetzung an.