

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik II Übungsklausur am 19. Mai 2017
(Gruppe B)

| | | | | |
|-----------------|----|----|----|---------------|
| <i>Aufgabe:</i> | 1 | 2 | 3 | 4 |
| <i>Punkte:</i> | 10 | 10 | 10 | 10 |
| | = | | | <i>Punkte</i> |

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe B“!

1. Gegeben sind die Basen

$$B = \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right), \quad C = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

sowie die Koordinaten

$$\vec{v}_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

des Punktes \vec{v} bezüglich der Basis B .

Berechnen Sie die Transformationsmatrix $T_{B \rightarrow C}$ von der Basis B auf die Basis C , sowie die Koordinaten \vec{v}_C von \vec{v} bezüglich der Basis C . (10 Punkte)

2. Ermitteln Sie die komplette Beschreibung des Kegelschnitts, welcher durch die Gleichung

$$2x_1^2 + 10x_1x_2 + 2x_2^2 + 10x_1 + 4x_2 = -2$$

definiert wird (Typ, Lage, Ausrichtung, gegebenenfalls Halbachsen, Scheitelpunkte, Steigung usw.). (10 Punkte)

3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (10 Punkte)

$$y'' + 9y = 6 \sin(3x) - 6 \cos(-3x) + 36e^{3x}.$$

4. Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \vec{x}(t) + \begin{pmatrix} 3e^{-2t} \\ -10e^{-t} \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des entsprechenden *homogenen* Systems.

(5 Punkte)

(b) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung des inhomogenen Systems und drücken Sie diese in möglichst einfacher Form aus. (5 Punkte)