

Name:

Matrikelnr.:

**Mathematik II Übungsklausur am 3. Juli 2017**  
(Gruppe B)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4
<i>Punkte:</i>	10	10	10	10
				= <i>Punkte</i>

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**

**Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe B“!**

1. Es sei  $c \in \mathbb{R}$  eine Konstante. Berechnen Sie für die Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 3ct^2 \\ 3c^2t - t^3 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

- (a) die zurückgelegte Bogenlänge im Zeitintervall  $[0, T]$  in Abhängigkeit von  $c$  und  $T$ , sowie alle Konstanten  $c$ , für welche die zurückgelegte Bogenlänge im Zeitintervall  $[0, 3]$  gleich 42 ist. *(5 Punkte)*
- (b) die Krümmung  $\kappa(t)$  in Abhängigkeit von  $c$  und  $t$ , sowie alle Konstanten  $c$ , für welche  $\kappa(0) = -18$ . *(5 Punkte)*

2. Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion

$$f(x, y) = \sin(x - y) - \cos(x + y)$$

im Inneren des Bereichs  $x^2 + y^2 < 4$ . *(10 Punkte)*

3. Stellen Sie fest, ob die folgende Differentialgleichung exakt ist und bestimmen Sie ihre Lösungen (gegebenenfalls mit Hilfe eines integrierenden Faktors). *(10 Punkte)*

$$\frac{x^3}{y} + xy + (x^2 + y^2) y' = 0.$$

4. Durch

$$0 \leq z \leq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 6z + 2$$

ist ein Körper  $K$  in  $\mathbb{R}^3$  definiert. Bestimmen Sie den Schwerpunkt von  $K$ , wenn die Dichte durch  $\rho(x, y, z) = 1$  gegeben ist. *(10 Punkte)*