

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik II Vorlesungsprüfung am 13. November 2017

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4
<i>Punkte:</i>	10	10	10	10
				= <i>Punkte</i>

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer.

1. Gegeben seien die Basen

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{und} \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} \right\},$$

und der Vektor \vec{v} habe die Darstellung

$$\vec{v}_C = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis C .

- (a) Berechnen Sie die Transformationsmatrix $T_{C \rightarrow B}$ von der Basis C auf die Basis B . (8 Punkte)
- (b) Berechnen Sie die Darstellung \vec{v}_B des Vektors \vec{v} bezüglich der Basis B . (2 Punkte)

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems (10 Punkte)

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \vec{x}.$$

3. Gegeben sei die ebene Kurve

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} t \sin(t) + \cos(t) \\ t \cos(t) - \sin(t) \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Krümmung der Kurve zum Zeitpunkt $t > 0$. (5 Punkte)
- (b) Berechnen Sie den Mittelpunkt und den Radius des Krümmungskreises der Kurve zum Zeitpunkt $t > 0$. (3 Punkte)
- (c) Berechnen Sie den überstrichenen Flächeninhalt im Zeitintervall $[0, 6]$. (2 Punkte)

4. Berechnen Sie das Integral

$$\iint_B 2xe^y dx dy,$$

wobei der Bereich B durch

$$y \leq x^2 + 2, \quad -4 \leq x \leq 2, \quad 2y \geq x - 4$$

definiert ist.

(10 Punkte)