Name: **Matrikelnr.:**

Mathematik II Vorlesungsprüfung am 7. März 2018

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	10	10	10	10		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer.

1. Es sei $\alpha \in \mathbb{R}$ eine Konstante. Für welche Werte von α hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} -1 & \alpha - 1 & -4 \\ 2 & \alpha - 4 & 2\alpha + 8 \\ 2 & -2 & \alpha + 7 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8\alpha \\ -2 - 4\alpha \end{pmatrix}$$

   (i) keine Lösungen;
   (ii) genau eine Lösung;
   (iii) unendlich viele Lösungen?

   Ermitteln Sie in Fall (iii) die allgemeine Lösung. *(10 Punkte)*

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des homogenenen Differentialgleichungssystems *(10 Punkte)*

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -6 \\ -12 & 10 & -12 \\ -6 & 3 & -2 \end{pmatrix} \vec{x}.$$

3. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = \left(y - x + \frac{1}{y} \right) e^{xy}.$$

   Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von f auf ihrem Definitionsbereich $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq 0\}$. *(10 Punkte)*

4. Berechnen Sie das Integral

$$\iint_B \frac{y}{x^2 e^{\sqrt{y^2+1}}} \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

   wobei der Bereich B durch

$$x^2 - y^2 \geq 1, \qquad x, y \geq 0$$

   definiert ist. *(10 Punkte)*