Tutorium Mathematik II, M

5. Mai 2017

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -8 & 9 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 2e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der inhomogenen Systeme

(a) $$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -8 & 7 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} e^{2t} \\ 2e^{4t} \end{pmatrix},$$

(b) $$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -9 & -7 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} te^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix},$$

(c) $$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} -\sin(t)e^{3t} \\ (t+3)\sin(t)e^{3t} \end{pmatrix},$$

(d) $$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 18t \\ 9t \end{pmatrix}.$$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) Die allgemeine Lösung ist

$$\vec{x}(t) = c_1 e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2 e^{t} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5e^{2t} + 2e^{4t} \\ 8e^{2t} + \frac{14}{3} e^{4t} \end{pmatrix}.$$

(b) Die allgemeine Lösung ist

$$\vec{x}(t) = c_1 e^{-t} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + c_2 e^{-t} \begin{pmatrix} -2t + 1 \\ 3t - 2 \end{pmatrix} + e^{-t} \begin{pmatrix} t^3 + \frac{5}{2} t^2 \\ -\frac{3}{2} t^3 - 3t^2 + t \end{pmatrix}.$$

(c) Die allgemeine Lösung ist

$$\vec{x}(t) = c_1 e^{3t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{3t} \begin{pmatrix} -1 \\ t + 3 \end{pmatrix} + e^{3t} \begin{pmatrix} \cos(t) \\ -(t+3)\cos(t) \end{pmatrix}.$$

(d) Die allgemeine Lösung ist

$$\vec{x}(t) = c_1 e^{3t} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{-2t} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6t - 2 \\ -3t - 1 \end{pmatrix}.$$