Mathematik II SS 2017
2. Übungsblatt
23.3.2017

Aufgabe 2.1. Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 9 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

auf drei Arten:

(a) Regel von Sarrus;

(b) Zeilen-/Spaltenumformungen bis zur Zeilenstufenform;

(c) Entwicklung nach einer Zeile oder Spalte.

Aufgabe 2.2. Für welche Werte $a \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4-a & -a \\ 3 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -4 & a \end{pmatrix}$$

invertierbar?

Aufgabe 2.3. Zeigen Sie, dass die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist und bestimmen Sie ihre Inverse

(a) durch elementare Zeilenumformungen;

(b) mit Hilfe der Determinante und der Adjunkte von A

Aufgabe 2.4. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe der Cramerschen Regel.

Aufgabe 2.5. Bestimmen Sie im Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

den Wert von x_2 mit Hilfe der Cramerschen Regel.

Aufgabe 2.6. Wir betrachten die Vektoren

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

(a) Welche Dimension hat der Untervektorraum $U = \langle \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4 \rangle$ vom $\mathbb{R}^4$, welcher von den vier Vektoren erzeugt wird?

(b) Bestimmen Sie eine Basis von U.