

Name:

Matrikelnr.:

Diskrete Mathematik ICE Klausur am 3. Juli 2018
(Gruppe A)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4
<i>Punkte:</i>	15	15	15	15
				= <i>Punkte</i>

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

Es sind keine elektronischen Hilfsmittel erlaubt!

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe A“!

1. Für eine RSA-Verschlüsselung ist $m = 77$ und $r = 53$ bekannt. Außerdem ist aus einer früheren Rechnung schon bekannt, dass der private Schlüssel s eine von den Zahlen 15, 16, 17, 18 ist.
 - (a) Welche von diesen vier Zahlen ist der private Schlüssel? Begründen Sie Ihre Antwort. *(5 Punkte)*
 - (b) Ein Teil einer abgefangenen Nachricht, die mit dem öffentlichen Schlüssel r verschlüsselt wurde, besteht aus drei Blöcken mit den Zahlenwerten 22, 9, 11. Entschlüsseln Sie diese Blöcke. *(10 Punkte)*

2. (a) Ermitteln Sie die 3-KNF und die 3-DNF der aussagenlogischen Formel *(11 Punkte)*

$$\neg A \vee (\neg(B \rightarrow C) \wedge A).$$

Welche der folgenden logischen Aussagen sind in \mathbb{N} wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (b) $\forall a \exists b (b + 1 = a)$; *(2 Punkte)*
- (c) $\exists x \forall y \exists z (y = x \cdot z)$. *(2 Punkte)*

3. (a) Sei

$$F(x) = \frac{5 + 4x^2}{1 - 3x + 4x^3}.$$

Finden Sie durch Partialbruchzerlegung die Reihenentwicklung von $F(x)$. (8 Punkte)

(b) Die Folge

$$a_0 = 7, \quad a_1 = 1 \quad \text{und} \quad a_n = 5a_{n-1} + 6a_{n-2} \quad \text{für } n \geq 2$$

ist rekursiv definiert. Ermitteln Sie die erzeugende Funktion $A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ als rationale Funktion $\frac{p(x)}{q(x)}$ mit Polynomen $p(x), q(x)$. (7 Punkte)

Sie müssen für diese Teilaufgabe keine Partialbruchzerlegung durchführen und müssen die Reihenentwicklung von $A(x)$ nicht explizit ausrechnen.

4. Gegeben sei der gerichtete Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ und

$$E = \{[v_1, v_2], [v_2, v_3], [v_2, v_4], [v_3, v_4], [v_4, v_1], [v_4, v_2], [v_4, v_3]\}.$$

(a) Zeichnen Sie den gerichteten Graphen G und erstellen Sie seine Adjazenzmatrix A .

(5 Punkte)

(b) Ist G schwach zusammenhängend? Ist G stark zusammenhängend? Begründen Sie Ihre Antwort.

(5 Punkte)

(c) Berechnen Sie die Anzahl gerichteter Wege der Länge 4 von dem Knoten v_4 zu dem Knoten v_3 .

(5 Punkte)