

# Diskrete Mathematik ICE

## 10. Übungsblatt

12. Juni 2018

46. Bestimmen Sie einen expliziten Ausdruck für die Folgenglieder  $a_n$  der Folge

$$a_0 = 0 \quad \text{und} \quad a_n + 2a_{n-1} = 9n \quad \text{für } n \geq 1.$$

47. Zwei Graphen  $G_1, G_2$  heißen *isomorph*, falls es eine bijektive Abbildung  $f: V(G_1) \rightarrow V(G_2)$  gibt, so dass  $E(G_2) = \{[f(x), f(y)] \mid x, y \in E(G_1)\}$  (in Worten: zwei Knoten sind genau dann in  $G_1$  durch eine Kante verbunden, wenn ihre Bilder in  $G_2$  durch eine Kante verbunden sind). Auf der folgenden Seite sind sechs Graphen abgebildet, von denen jeder zu genau einem anderen isomorph ist (diese Eigenschaft dürfen Sie bei der Lösung verwenden). Finden Sie die isomorphen Paare.
48. Zeigen Sie, dass in einem ungerichteten Graphen  $G$  die Relation

$$xRy \iff \exists \text{ Weg von } x \text{ nach } y$$

eine Äquivalenzrelation auf der Menge der Knoten von  $G$  ist. Zeigen Sie außerdem, dass man die selbe Relation erhält, wenn man „Weg“ durch „Pfad“ ersetzt.

49. Bei einem Schachturnier mit  $n$  Teilnehmern soll jeder gegen jeden genau eine Partie spielen. Die einzelnen Partien finden nacheinander statt und jeweils übernimmt derjenige Spieler, welcher in einer Partie die weißen Figuren verwendet hat, in der nächsten Partie die schwarzen Figuren. Ist es für die folgenden Anzahlen von Spielern möglich, sämtliche Partien nach dieser Regel durchzuführen? Falls nein, wie viele Partien kann man unter diesen Bedingungen maximal durchführen?
- (a)  $n = 7$ ;  
(b)  $n = 8$ .

50. Es sei die Adjazenzmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

des gerichteten Graphen  $G$  gegeben. Ist der Graph stark/schwach zusammenhängend? Zeichnen Sie den Graphen und bestimmen Sie für jedes Paar  $x, y$  von Knoten die Anzahl der Wege der Länge 6 von  $x$  nach  $y$ .

