

Diskrete Mathematik ICE

12. Übungsblatt

26. Juni 2018

Die Aufgaben 56-59 sind die Aufgaben von der Nachklausur im Sommersemester 2016. Die Aufgabe 60 ist ein weiteres Beispiel, das in dieser Form auch in der Klausur vorkommen könnte. Entsprechend wird empfohlen, dass Sie alle Aufgaben ohne elektronische Hilfsmittel lösen.

Die angezeigten Punktzahlen sind die, die es pro (Teil-)Aufgabe geben würde, wenn es eine echte Klausur wäre. Sie sind zur Orientierung angezeigt und haben für die Übung keine Wirkung.

Die eigentliche Klausur besteht aus nur vier Aufgaben.

56. Bestimmen Sie alle Zahlen x , welche simultan die folgenden drei Kongruenzen erfüllen. (15 Punkte)

$$x \equiv 3 \pmod{5}, \quad x \equiv 1 \pmod{7}, \quad x \equiv 4 \pmod{11}.$$

57. Gegeben sind Aussagen A, B, C und aussagenlogische Formeln

$$X: (C \wedge \neg(A \leftrightarrow \neg B)) \vee A \quad \text{und} \quad Y: (B \vee (A \rightarrow \neg C)) \wedge A.$$

Ermitteln Sie eine DNF von X und eine KNF von Y . Bestimmen Sie außerdem, welche der drei Beziehungen $X \Rightarrow Y$, $Y \Rightarrow X$ und $X \Leftrightarrow Y$ erfüllt sind. (15 Punkte)

58. Die Folge

$$a_0 = 3, \quad a_1 = -15 \quad \text{und} \quad a_n = -5a_{n-1} - 6a_{n-2} \quad \text{für } n \geq 2$$

ist rekursiv definiert. Außerdem sei

$$F(x) = \frac{-15x + 5}{(1 - 2x)(1 - 3x)(1 + 3x)}.$$

(a) Ermitteln Sie die erzeugende Funktion $A(x) = \sum a_n x^n$ als rationale Funktion $\frac{p(x)}{q(x)}$ mit Polynomen $p(x), q(x)$. (7 Punkte)

(b) Finden Sie durch Partialbruchzerlegung die Reihenentwicklung von $F(x)$. (8 Punkte)

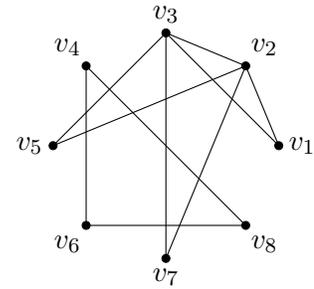
59. Gegeben sei der Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{v_1, v_2, \dots, v_8\}$ und

$$E = \{[v_1, v_2], [v_1, v_3], [v_2, v_3], [v_2, v_5], [v_2, v_7], [v_3, v_5], [v_3, v_7], [v_4, v_6], [v_4, v_8], [v_6, v_8]\}.$$

Siehe auch die Abbildung rechts.

Außerdem sei $H = (V', E')$ mit $V' = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ und

$$E' = \{[v_1, v_2], [v_1, v_3], [v_2, v_3], [v_2, v_4], [v_3, v_4]\}.$$



- (a) Besitzt G einen Eulerschen Kreis? (3 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie in H die Anzahl der Wege der Länge 5 von v_1 nach v_4 sowie von v_3 nach v_4 . (12 Punkte)

60. Für eine RSA-Verschlüsselung ist $m = 133$ und $r = 65$ bekannt.

- (a) Ermitteln Sie den privaten Schlüssel s . (12 Punkte)
- (b) Die Zahl k (mit $0 < k < m$) wurde mit dem öffentlichen Schlüssel verschlüsselt, wobei der Wert 12 erhalten wurde. Berechnen Sie k . (3 Punkte)