

# Diskrete Mathematik ICE

## 4. Übungsblatt

17. April 2018

*Grundsätzlich gilt: Ein mögliches Ergebnis ist auch, dass die Gleichung (oder das System von Gleichungen) keine Lösungen besitzt.*

16. Finden Sie alle Paare von ganzen Zahlen  $(x, y)$ , welche die beiden Kongruenzen

$$3x + y \equiv 0 \pmod{n}$$

$$4x + 3y \equiv 1 \pmod{n}$$

erfüllen, wobei

(a)  $n = 5$ ;

(b)  $n = 7$ .

17. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden simultanen Kongruenzen.

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{7}$$

$$x \equiv 0 \pmod{9}$$

18. Bestimmen Sie für die folgenden simultanen Kongruenzen jeweils alle Lösungen.

(a)  $x \equiv 3 \pmod{4}$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{8}$$

$$x \equiv 0 \pmod{9}$$

(b)  $x \equiv 11 \pmod{20}$

$$x \equiv 11 \pmod{35}$$

$$x \equiv 19 \pmod{36}$$

$$x \equiv 46 \pmod{63}$$

19. Sei  $U$  eine Menge, und  $X = \mathcal{P}(U)$  die Potenzmenge

$$X = \{A : A \subseteq U\}.$$

Mit welchen der folgenden Verknüpfungen  $\circ$  bildet  $(X, \circ)$  eine Halbgruppe, ein Monoid beziehungsweise eine Gruppe?

(a)  $A \circ B = A \cap B$ .

(b)  $A \circ B = A \cup B$ .

(c)  $A \circ B = A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

*Hinweis: Um in (c) die Assoziativität zu zeigen ist eine Zeichnung mit Erklärung ausreichend.*

20. Berechnen Sie

$$\varphi(144144) \quad \text{und} \quad \varphi(1921875).$$