

# Diskrete Mathematik ICE

## 8. Übungsblatt

29. Mai 2018

**36.** Ermitteln Sie die freien und gebundenen Variablen in den folgenden Formeln.

(a)  $(\forall x(P(x, y) \vee \forall y\neg Q(y, z))) \leftrightarrow (\forall zQ(x, z))$ .

(b)  $\exists x(P(x, y) \wedge \forall yP(x, y)) \rightarrow Q(x)$ .

**37.** Begründen Sie, welche der angegebenen Substitutionen für die Formeln aus Aufgabe 36 zulässig sind und führen Sie die Substitution gegebenenfalls durch.

$$[x/f(z)], \quad [y/w] \quad \text{und} \quad [y/x].$$

**38.** Bringen Sie die folgenden Formeln in pränex Normalform.

(a)  $\neg\forall y((\exists xP(x, y)) \rightarrow \forall z\neg(\forall xQ(x, y, z)))$ .

(b)  $\exists x(\forall y\exists zR(x, y, z) \wedge \exists z\forall y\neg R(x, y, z))$ .

**39.** Seien  $k, n \in \mathbb{N}$  und  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Rechnen Sie nach, dass

$$\binom{-n}{k} = (-1)^k \binom{k+n-1}{k}$$

gilt und folgern Sie mit Hilfe des verallgemeinerten binomischen Lehrsatzes, dass

$$\frac{1}{(1-\lambda x)^n} = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{k+n-1}{k} \lambda^k x^k.$$

**40.** Bestimmen Sie mit Hilfe von Partialbruchzerlegung die Reihenentwicklungen von

$$f(x) = \frac{1}{1+x-8x^2-12x^3} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{x-1}{x^2-7x+12}.$$