

# Tutorium Mathematik I, M

25. Jänner 2019

**\*Aufgabe 1.** Berechnen Sie die Werte der Integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{1}{(x+1)\sqrt{x}} dx, \quad \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cot(x) dx,$$

sofern sie existieren.

**Aufgabe 2.** Berechnen Sie die Werte der Integrale

- (a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx,$
- (b)  $\int_{-1}^1 \ln(x^{42}) dx,$
- (c)  $\int_{-10}^{10} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx,$
- (d)  $\int_0^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x}(x+2)} dx,$
- (e)  $\int_0^{\infty} x^{-5} e^{-1/x^2} dx,$
- (f)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{arsinh}(x)^2 \sqrt{x^2 + 1}} dx,$
- (g)  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(x)}{x^2} - \frac{\cos(x)}{x} dx,$

sofern sie existieren

Die mit \* markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

## Lösung von Aufgabe 2

- (a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx$  existiert nicht (obwohl die Grenzwerte der Stammfunktion für  $x \rightarrow \pm\infty$  existieren, tun sie es an den Polstellen  $x = -3$  und  $x = -2$  nicht).
- (b)  $\int_{-1}^1 \ln(x^{42}) dx = -84$ .
- (c)  $\int_{-10}^{10} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx = \operatorname{arsinh}(11) - \operatorname{arsinh}(-9) \approx 5,987$ .
- (d)  $\int_0^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x}(x+2)} dx$  existiert nicht (der Grenzwert für  $x \rightarrow \infty$  existiert nicht).
- (e)  $\int_0^{\infty} x^{-5} e^{-1/x^2} dx = \frac{1}{2}$ .
- (f)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{arsinh}(x)^2 \sqrt{x^2 + 1}} dx$  existiert nicht (obwohl die Grenzwerte der Stammfunktion für  $x \rightarrow \pm\infty$  existieren, tun sie es an  $x = 0$  nicht).
- (g)  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(x)}{x^2} - \frac{\cos(x)}{x} dx = 0$  (trotz der Polstelle an  $x = 0$ ).