

Tutorium Mathematik I, M

9. November 2018

***Aufgabe 1.** Die Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ ist rekursiv durch

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 42, \quad a_2 = 0$$

und $a_n = 6a_{n-1} + a_{n-2} - 6a_{n-3}$ für $n \geq 3$

definiert.

- (a) Bestimmen Sie eine explizite Darstellung für a_n .
- (b) Bestimmen Sie alle Häufungspunkte sowie gegebenenfalls den Limes Superior und Limes Inferior der Folge.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie explizite Darstellungen für die folgenden rekursiv definierten Folgen. Desweiteren bestimmen Sie alle Häufungspunkte und gegebenenfalls den Limes Superior, den Limes Inferior und den Grenzwert.

- (a) $a_1 = 10, a_2 = 2$
 $a_n = \frac{1}{3}(2a_{n-1} + a_{n-2})$ für $n \geq 3$
- (b) $b_1 = -2, b_2 = 68$
 $b_n = 2b_{n-1} + 24b_{n-2}$ für $n \geq 3$
- (c) $c_1 = -10, c_2 = 42, c_3 = -10$
 $c_n = -c_{n-1} + 16c_{n-2} + 16c_{n-3}$ für $n \geq 4$
- (d) $d_0 = 10, d_1 = 42, d_2 = 92$
 $d_n = 28d_{n-2} - 48d_{n-3}$ für $n \geq 3$
- (e) $e_0 = 7, e_1 = 7, e_2 = 7, e_3 = 7$
 $e_n = 25e_{n-2} - 144e_{n-4}$ für $n \geq 4$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

- (a) $a_n = 4 \cdot 1^n - 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$. Die Folge konvergiert gegen 4. Dieser Punkt ist somit der einzige Häufungspunkt, sowie auch Limes Superior und Limes Inferior.
- (b) $b_n = 6^n - 2 \cdot (-4)^n$. Die Folge hat keine Häufungspunkte, also auch keinen Limes Superior, Limes Inferior oder Grenzwert (allerdings gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$).
- (c) $c_n = 10 \cdot (-1)^n + 4^n + (-4)^n$. Die Folge hat einen Häufungspunkt bei 10 also sind auch der Limes Superior und der Limes Inferior 10. Der Grenzwert existiert nicht.
- (d) $d_n = 4 \cdot 2^n + 7 \cdot 4^n - (-6)^n$. Die Folge hat keine Häufungspunkte, also auch keinen Limes Superior, Limes Inferior oder Grenzwert.
- (e) $e_n = 10 \cdot 3^n + 5 \cdot (-3)^n - 5 \cdot 4^n - 3 \cdot (-4)^n$. Die Folge hat keine Häufungspunkte, also auch keinen Limes Superior, Limes Inferior oder Grenzwert (allerdings gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$).