Tutorium Mathematik I, M

16. November 2018

***Aufgabe 1.** Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + 1}{3n-2}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - 4\sqrt{n} + 5}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 4n}{4n^3 + 2}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!(n-1)!}{(2+(-1)^n)(2n)!}$

Aufgabe 2. Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!(2n+2)!}{(3n+3)!}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{8n+15} - \sqrt{8n-6}\right)$

(c) $\displaystyle\sum_{n=5}^{\infty} \frac{2n - (-1)^n}{n^2 - 5n + 1}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 4n + 42}$

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12^n((2n-2)!)^3}{(6n-3)!}$ (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(15n^2 - 42n + 1)^{2n}}{(5n+3)^{4n}}$

(g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n + n^{42}}{2^n + 3^n + n}$ (h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n^5 + 5n^2} + \sqrt{n+1}}{2n^5 + n + 8}$

(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{3n+4}\right)^n$ (j) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)!}{((n+1)^2)!}$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

Die unten jeweils genannten Kriterien sind nicht immer die einzigen Kriterien, die funktionieren. Es sollten aber stets die *einfachsten* für den jeweiligen Fall sein. Zu einer ordentlichen Argumentation sind selbstverständlich noch die Rechnungen hinzuzufügen (insbesondere beim Leibnizkriterium die Überprüfung, ob die Beträge eine monoton fallende Nullfolge sind).

(a) Die Reihe konvergiert nach Quotientenkriterium.

(b) Die Reihe divergiert nach Minorantenkriterium (mit Minorante z.B. $\sum \frac{2}{n}$).

(c) Die Reihe divergiert nach Minorantenkriterium (mit Minorante z.B. $\sum \frac{1}{n}$).

(d) Die Reihe konvergiert nach Leibnitzkriterium (Monotonie ist erst ab dem 6. Summanden gegeben).

(e) Die Reihe divergiert nach Quotientenkriterium.

(f) Die Reihe konvergiert nach Wurzelkriterium.

(g) Die Reihe konvergiert. Nach Aufspalten und Nenner durch 3^n nach unten abschätzen kann man z.B. Quotientenkriterium oder Wurzelkriterium verwenden.

(h) Die Reihe konvergiert nach Majorantenkriterium (mit Majorante z.B. $\sum \frac{3}{n^2}$).

(i) Die Reihe divergiert nach Wurzelkriterium.

(j) Die Reihe konvergiert nach Majorantenkriterium (mit Majorante z.B. $\sum \frac{1}{n^2}$) oder Quotientenkriterium.