Tutorium Mathematik I, M

23. November 2018

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der folgenden reellen Funktionen sowie die Bereiche, auf denen sie monoton steigend beziehungsweise monoton fallend sind.

(a) $f(x) = \dfrac{-1}{x^2 - 2x - 3}$ (b) $g(x) = \sqrt{\cos(x)}$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie ohne Differentialrechnung den größtmöglichen Definitionsbereich der folgenden reellen Funktionen sowie die Bereiche, auf denen sie monoton steigend beziehungsweise monoton fallend sind.

(a) $f_1(x) = \ln(x^2 - 2x)$ (b) $f_2(x) = 3x - \dfrac{1}{x}$

(c) $f_3(x) = e^{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$ (d) $f_4(x) = \tan(3x - 1)$

(e) $f_5(x) = \arccos(2x - 5)$ (f) $f_6(x) = \sqrt{8e^x - 4e^{2x} - 3}$

(g) $f_7(x) = \ln(\sin(x))$ (h) $f_8(x) = e^{2x} + e^{\ln(x)}$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) Definitionsbereich ist

$$D_1 = (-\infty, 0) \cup (2, \infty).$$

f_1 ist auf $(-\infty, 0)$ streng monoton fallend und auf $(2, \infty)$ streng monoton wachsend.

(b) Definitionsbereich ist

$$D_2 = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

f_2 ist sowohl auf $(-\infty, 0)$ als auch auf $(0, \infty)$ streng monoton wachsend, sie ist aber nicht auf ganz D_2 monoton.

(c) Definitionsbereich ist

$$D_3 = \mathbb{R}.$$

f_3 ist auf ganz $\mathbb{R}$ streng monoton wachsend.

(d) Definitionsbereich ist

$$D_4 = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left(\frac{n}{3} + \frac{1}{6} \right) \pi + \frac{1}{3} \,\middle|\, n \in \mathbb{Z} \right\}.$$

f_4 ist auf allen Intervallen $((\frac{n}{3} + \frac{1}{6})\pi + \frac{1}{3}, (\frac{n+1}{3} + \frac{1}{6})\pi + \frac{1}{3})$ streng monoton wachsend aber nicht über zwei solche Intervalle hinweg.

(e) Definitionsbereich ist

$$D_5 = [2, 3].$$

f_5 ist auf ganz D_5 streng monoton fallend.

(f) Definitionsbereich ist

$$D_6 = \left[\log\left(\frac{1}{2}\right), \log\left(\frac{3}{2}\right) \right] = [-\log(2), \log(3) - \log(2)].$$

f_6 ist auf $[-\log(2), 0]$ streng monoton wachsend und auf $[0, \log(3) - \log(2)]$ streng monoton fallend.

(g) Definitionsbereich ist

$$D_7 = \bigcup_{n\in\mathbb{Z}} (2n\pi, (2n+1)\pi)\,.$$

f_7 ist auf den Intervallen $(2n\pi, (2n+\frac{1}{2})\pi]$ streng monoton wachsend und auf $[(2n+\frac{1}{2})\pi, (2n+1)\pi)$ streng monoton fallend.

(h) Definitionsbereich ist

$$D_8 = (0, \infty).$$

f_8 ist auf $(0, \infty)$ streng monoton wachsend.