Tutorium Mathematik I, M

7. Dezember 2018

***Aufgabe 1.** Man bestimme die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to\infty} 4^x - 3^x$

(b) $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(x)^2$

(c) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{\ln(3x+1)} - \dfrac{1}{\ln(4x+1)}\right)$

Aufgabe 2. Man bestimme die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln(x)\ln(x+1)$

(b) $\lim\limits_{x\to 0^-} \left(\dfrac{1}{\ln(x^2+1)} - \dfrac{1}{\ln(x+1)}\right)$

(c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(\ln(x))}{\ln(\ln(\ln(x)))}$

(d) $\lim\limits_{x\to 0} (1+\sin(2x))^{\frac{1}{x}}$

(e) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x} + \ln(x)\right)$

(f) $\lim\limits_{x\to\pi} (x-\pi)\cot(x)$

(g) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{3x}$

(h) $\lim\limits_{x\to 0} (\ln(1+4x) - \ln(2+3x))$

(i) $\lim\limits_{x\to -\infty} e^x \ln\left(1+x+x^2\right))$

(j) $\lim\limits_{x\to 0^+} x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) Der Grenzwert ist 0.

(b) $\lim\limits_{x\to 0^-} \left(\dfrac{1}{\ln(x^2+1)} - \dfrac{1}{\ln(x+1)} \right) = \infty.$

(c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(\ln(x))}{\ln(\ln(\ln(x)))} = \infty.$

(d) Der Grenzwert ist e^2.

(e) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x} + \ln(x) \right) = \infty.$

(f) Der Grenzwert ist 1.

(g) Der Grenzwert ist e^{-6}.

(h) Der Grenzwert ist $-\ln(2)$.

(i) Der Grenzwert ist 0.

(j) Der Grenzwert ist 0. Hier kann man l'Hospital allerdings nicht verwenden, da der Grenzwert von $\sin(1/x)$ nicht existiert! Den Grenzwert erhält man am einfachsten mit der Abschätzung

$$-x \leq x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq x$$

und dann den Grenzwert der beiden Schranken bilden.