

# Tutorium Mathematik I, M

11. Jänner 2018

**\*Aufgabe 1.** Ermitteln Sie alle Asymptoten der Funktion.

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x - 2} + \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x + 1} \cdot \log(x^2)$$

**Aufgabe 2.** Ermitteln Sie alle Asymptoten der Funktionen

$$(a) f_1(x) = \frac{e}{x^2 + x - 42}$$

$$(b) f_2(x) = \frac{2x^3 - 11x^2 + 10x + 8}{x^2 - 4}$$

$$(c) f_3(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

$$(d) f_4(x) = \frac{x^2 + \tanh(x)}{x + 2}$$

$$(e) f_5(x) = \frac{x^2 + x \tanh(x)}{x + 2}$$

$$(f) f_6(x) = \left(4x + 5 + \frac{2}{x}\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$(g) f_7(x) = \exp\left(\frac{2}{x^2 - 2}\right)$$

$$(h) f_8(x) = \exp\left(\frac{x - 1}{x^3 + x^2 - x - 1}\right)$$

Die mit \* markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

## Lösung von Aufgabe 2

- (a) Diese Funktion besitzt senkrechte Asymptoten bei  $x = -7$  und bei  $x = 6$  sowie eine waagrechte Asymptote bei  $y = 0$ .
- (b) Diese Funktion hat eine senkrechte Asymptote bei  $x = -2$  (Die Grenzwerte bei  $x = 2$  sind nicht unendlich) und die schiefe Asymptote  $y = 2x - 11$ .
- (c) Diese Funktion besitzt weder eine senkrechte Asymptote (sie ist überall definiert) noch eine waagrechte oder schiefe Asymptote (die Grenzwerte von  $f_3(x)/x$  für  $x \rightarrow \pm\infty$  existieren zwar, sind aber nicht identisch).
- (d) Diese Funktion besitzt eine senkrechte Asymptote bei  $x = -2$  und die schiefe Asymptote  $y = x - 2$ .
- (e) Diese Funktion besitzt eine senkrechte Asymptote bei  $x = -2$  aber keine schiefe Asymptote (es gilt zwar  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f_5(x)}{x} = 1$  und es existieren auch die Grenzwerte von  $f_5(x) - x$ , aber diese sind nicht identisch).
- (f) Diese Funktion besitzt keine senkrechte Asymptote (die einseitigen Grenzwerte bei  $x = 0$  existieren nicht, aber die schiefe Asymptote  $y = 4x + 5$ ).
- (g) Die Funktion hat keine senkrechten Asymptoten (bei  $x = \pm\sqrt{2}$  ist zwar jeweils ein einseitiger Grenzwert unendlich, der andere ist aber 0) und eine waagrechte Asymptote bei  $y = 1$ .
- (h) Diese Funktion besitzt eine senkrechte Asymptote bei  $x = -1$  und eine waagrechte Asymptote bei  $y = 1$  ( $x = 1$  ist keine senkrechte Asymptote, da der Grenzwert an dieser Stelle gleich  $e^{\frac{1}{4}}$  ist).