Tutorium Mathematik I, M

18. Jänner 2018

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die Integrale

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+6x+25}}\mathrm{d}x, \qquad \int \frac{x}{\sqrt{x^2+25}}\mathrm{d}x,$$

$$\int x^2 e^{2x}\mathrm{d}x, \qquad \int \operatorname{arsinh}(x)\mathrm{d}x.$$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Integrale

(a) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arsinh}(x)^3}{\sqrt{1+x^2}}\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int \frac{2x^3-11x^2+10x+8}{x^2-4}\mathrm{d}x$

(c) $\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x$

(d) $\displaystyle\int \frac{1}{4x-x^2}\mathrm{d}x$

(e) $\displaystyle\int x\operatorname{artanh}(x)\mathrm{d}x$

(f) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2+6\cos(x)-16}\mathrm{d}x$

(g) $\displaystyle\int x^{-5}e^{x^{-2}}\mathrm{d}x$

(h) $\displaystyle\int \ln(x)^2\mathrm{d}x$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arsinh}(x)^3}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{4}\operatorname{arsinh}(x)^4 + C.$

(b) $\displaystyle\int \frac{2x^3 - 11x^2 + 10x + 8}{x^2 - 4}\mathrm{d}x = x^2 - 11x - 26 + 18\ln(x+2) + C.$

(c) $\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2+1} + \operatorname{arsinh}(x)\right) + C.$

(d) $\displaystyle\int \frac{1}{4x - x^2}\mathrm{d}x = \begin{cases} \frac{1}{2}\operatorname{artanh}\left(\frac{x-2}{2}\right) + C & \text{für } x \in (0,4), \\ \frac{1}{2}\operatorname{arcoth}\left(\frac{x-2}{2}\right) + C & \text{für } x \in (-\infty, 0) \cup (4, \infty). \end{cases}$

(e) $\displaystyle\int x\operatorname{artanh}(x)\mathrm{d}x = \frac{2x + 2x^2\operatorname{artanh}(x) + \ln(1-x) + \ln(1+x) + C}{4}.$

(f) $\displaystyle\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2 + 6\cos(x) - 16}\mathrm{d}x = \frac{\ln(8+\cos(x)) - \ln(2-\cos(x)) + C}{10}.$

(g) $\displaystyle\int x^{-5}e^{x^{-2}}\mathrm{d}x = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2x^2}\right)e^{x^{-2}} + C.$

(h) $\displaystyle\int \ln(x)^2\mathrm{d}x = x\ln(x)^2 - 2x\ln(x) + 2x + C$