Name: **Matrikelnr.:**

Mathematik I Beispielklausur am 4. Dezember 2018

(Gruppe T)

Aufgabe:	1	2	3	4	
Punkte:	10	10	10	10	
				=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Bei den Aufgaben dieser Klausur dürfen Sie keine Differentialrechnung benutzen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer sowie den Vermerk „Gruppe T"!

1. Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, welche die folgende Gleichung erfüllen: *(alle Punkte)*

$$z^5 + (8 - 8\sqrt{3} \cdot i)z^3 = (32 + 32\sqrt{3} \cdot i)z$$

2. Es seien g die Ebene durch die Punkte A und B, sowie h die Gerade durch die Punkte C und D, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 16 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 14 \\ 13 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad D = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

   (a) Geben Sie Geradengleichungen für g und h an. *(ein paar Punkte)*

   (b) Untersuchen Sie die Lagebeziehung zwischen g und h: welcher Fall tritt ein?

      i. g und h sind identisch;
      ii. g und h sind parallel aber nicht identisch;
      iii. g und h schneiden einander in genau einem Punkt;
      iv. g und h sind windschief.

   Falls (iii) eintritt, geben Sie den Schnittpunkt und den Winkel an, in welchem sie einander schneiden. Falls (ii) oder (iv) eintritt, bestimmen Sie den minimalen Abstand zwischen g und h. *(die anderen Punkte)*

3. Die Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ sei durch

$$a_n = a_{n-1} + 12a_{n-2} \qquad \text{für } n \geq 3$$

und die Anfangswerte $a_1 = 20, a_2 = -4$ definiert. Desweiteren sei $b_n = \frac{a_n}{3^{2n} + (-2)^n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

   (a) Bestimmen Sie die explizite Darstellung von a_n. *(viele Punkte)*

   (b) Konvergiert die Folge b_n? Wenn ja geben Sie ihren Grenzwert an. *(wenige Punkte)*

4. Untersuchen Sie die beiden folgenden Reihen auf Konvergenz.

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2+3}}{4n^2 - n - 1}$ *(halbe Punkte)*

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2 - n + 4}$ *(halbe Punkte)*