

Mathematik I WS 2018/19

0. Übungsblatt

16.10.2018

Aufgabe 0.1. Vier Personen streiten sich, wer von ihnen recht hat:

- “Sowohl Bob als auch Charlie lügen”, behauptet Alice
- “Von uns vier haben genau zwei Personen recht”, meint Bob
- Charlie sagt: “Sowohl Alice als auch Bob lügen.”
- Schließlich meint David: “Von den anderen drei Personen hat nur eine die Wahrheit gesagt.”

Lässt sich eindeutig feststellen, wer gelogen hat? Falls ja, wer?

Aufgabe 0.2. Schreiben Sie die folgenden Summen mit Hilfe des \sum -Zeichens

- (a) $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 3^n$
- (b) $2 - 4 + 6 - 8 + 10 - \dots + 1234567890$
- (c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{14} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{42}$
- (d) $1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + \dots + 666$

Aufgabe 0.3. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Aufgabe 0.4.

- (a) Wie viele Kombinationen von Lottozahlen “6 aus 45” gibt es? Wenn Sie jede Woche zweimal 12 Tipps spielen, wie lange können Sie dann spielen, ohne eine Kombination zu wiederholen?
- (b) Auf wie viele Arten können Lottozahlen “6 aus 45” plus Zusatzzahl gezogen werden?

Aufgabe 0.5. Zeigen Sie für $n \geq m \geq 1$

(a)

$$m \cdot \binom{n}{m} = n \cdot \binom{n-1}{m-1}$$

(b)

$$\sum_{k=0}^n 3^k \binom{n}{k} = 4^n$$

Aufgabe 0.6. Seien A die Menge aller durch 5 teilbaren Zahlen, B die Menge aller durch 10 teilbaren Zahlen und C die Menge aller durch 15 teilbaren Zahlen. Geben Sie die Mengen

$$A \cup B, \quad B \cup C, \quad C \cup A, \quad A \cap B, \quad B \cap C \quad \text{und} \quad C \cap A$$

in der Schreibweise $\{x \in \mathbb{Z} \mid \dots\}$ an und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich. Bestimmen Sie, welche der vorkommenden Mengen Teilmengen der anderen sind.