

Mathematik I WS 2018/19

1. Übungsblatt

23.10.2018

Aufgabe 1.1. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung über den reellen Zahlen:

$$|x^2 + 6x + 9| - |x + 6| \geq 3$$

Aufgabe 1.2. Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Gleichungen:

(a) $x^8 - 97x^4 + 1296 = 0$

(b) $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$

(c) $(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$

Aufgabe 1.3. Finden Sie jeweils alle reellen Zahlen, welche die folgenden Gleichungen erfüllen:

(a)

$$\frac{x^2 + x - 7}{x - 7} = x + 7$$

(b)

$$\frac{x^2 + 2x - 8}{x + 4} = x - 2$$

(c)

$$\frac{x^2 + 2x - 8}{x - 3} = x + 5$$

Aufgabe 1.4. Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 5 - 5i, \quad z_2 = 2 + 2i, \quad z_3 = 1 - \sqrt{3}i \quad \text{und} \quad z_4 = \sqrt{3} + i.$$

Berechnen Sie die Brüche $\frac{z_1}{z_2}$ und $\frac{z_3}{z_4}$

(a) mit Hilfe von Polarkoordinaten.

(b) ohne Polarkoordinaten.

Hinweis: Es gilt

$$\frac{1}{r(\cos(\phi) + i \sin(\phi))} = \frac{1}{r}(\cos(-\phi) + i \sin(-\phi))$$

Aufgabe 1.5. Finden Sie alle komplexen Zahlen z , welche die folgende Gleichung erfüllen und geben Sie den Real- und Imaginärteil der Lösung an:

$$\frac{z^2 + (1 + 3i)z + 8 + 3i}{z^2 - (3 + 5i)z - 3i} = 1$$

Aufgabe 1.6.

(a) Berechnen Sie die Wurzel $\sqrt[6]{i}$ und stellen Sie alle Lösungen in der komplexen Zahlenebene dar.

(b) Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\overline{\left(1 + \left(1 + i + \overline{(1+i)^2}\right)^2\right)} + \overline{\left((-1)(2 + 5i) + \overline{(2+i)^2}\right)^2}$$

so weit wie möglich.