

**Mathematik I WS 2018/19**  
**10. Übungsblatt**  
**15.1.2019**

**Aufgabe 10.1.** Ermitteln Sie den größtmöglichen Definitionsbereich und alle Asymptoten (vertikale, horizontale und schräge Asymptoten) der Funktion

$$f(x) = \frac{8x^5 - 4x^4 - 22x^3 + 29x^2 - 13x + 2}{x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6}.$$

**Aufgabe 10.2.** Bestimmen Sie zur Funktion

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^4 + 1}{x^2 - 1}} \cdot \arctan(x + 1)$$

den größtmöglichen Definitionsbereich, alle Asymptoten und die Grenzen an den Rändern des Definitionsbereiches.

**Aufgabe 10.3.** Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{x}{\log(x^2)} + e^{1/x}.$$

Bestimmen Sie von  $f$  den maximalen Definitionsbereich und alle Asymptoten (vertikale, horizontale und schräge Asymptoten).

**Aufgabe 10.4.** Gegeben sei die Funktion

$$f : D \rightarrow W, \quad x \mapsto \frac{4 + x}{3 - x}.$$

- (a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich  $D$  und  $W$  so, dass  $f$  bijektiv ist und geben Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}(y)$  an.
- (b) Bestimmen Sie sowohl von  $f$  als auch von  $f^{-1}$  alle Asymptoten. Was fällt auf?

**Aufgabe 10.5.** Wir betrachten die Funktion  $f(x) = \arctan(x)$ .

- (a) Bestimmen Sie die Taylorpolynome  $p_2$  und  $p_3$  vom Grad 2 und 3 von  $f$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ .
- (b) Wenn  $p_3$  nahe  $x_0 = 0$  eine gute Näherung für  $f$  ist, dann sollten die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p_3(x) - p_2(x)}{x^3} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x) - p_2(x)}{x^3}$$

identisch sein. Rechnen Sie nach, dass dies tatsächlich der Fall ist.

**Aufgabe 10.6.** Bestimmen Sie die Konvergenzbereiche (die Menge aller  $x$ , für welche die Reihe konvergiert) für die Potenzreihen

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n x^n}{7^n} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n (x+2)^n}{7^n (n+1)} \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n (2x-3)^n}{7^n n (n+1)}$$