

**Mathematik I WS 2018/19**  
**12. Übungsblatt**  
**29.1.2019**

**Aufgabe 12.1.** Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils die Fläche zwischen der Funktion und der  $x$ -Achse im Intervall  $[-2, 2]$ .

$$(a) f(x) = x^2 - 1, \quad (b) g(x) = \frac{2x}{x^2 - 9}, \quad (c) h(x) = \sqrt{4 - x^2}.$$

**Aufgabe 12.2.** Untersuchen Sie, ob die folgenden Integrale existieren und geben Sie gegebenenfalls ihren Wert an:

$$(a) \int_0^\pi \frac{\sin(x)}{\cos(x)} dx, \quad (b) \int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} dx, \quad (c) \int_0^1 \frac{\ln(x)}{x - 1} + \frac{\ln(1 - x)}{x} dx.$$

*Hinweis für (c):* Zeigen Sie zunächst  $\int \frac{\ln(1-x)}{x} dx = \ln(x) \ln(1-x) - \int \frac{\ln(x)}{x-1} dx$ .

**Aufgabe 12.3.** Berechnen Sie eine Stammfunktion von

$$f(x) = \frac{35x + 65}{x^3 + 8x^2 + x - 42}$$

Desweiteren untersuchen Sie ob die folgenden Integrale existieren und geben Sie gegebenenfalls den Wert an:

$$(a) \int_5^\infty f(x) dx, \quad (b) \int_2^5 f(x) dx, \quad (c) \int_0^5 f(x) dx.$$

**Aufgabe 12.4.** Untersuchen Sie, ob die Integrale

$$(a) \int_{-\infty}^0 \frac{e^{2/x}}{x^2} dx, \quad (b) \int_{-\infty}^\infty \frac{e^{2/x}}{x^2} dx$$

existieren und geben Sie gegebenenfalls den Wert an.

**Aufgabe 12.5.** Berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche einer Kugel mit Radius  $r$  sowie eines geraden Kreiskegels (die Spitze liegt über dem Mittelpunkt der Grundfläche) mit Höhe  $h$  und Radius  $r$  anhand der Formel für Rotationskörper.

**Aufgabe 12.6.** Bestimmen Sie das Volumen und die Oberfläche des unendlich langen Horns, das entsteht, indem die Funktion  $f(x) = \frac{1}{x}$  für  $x \geq 1$  um die  $x$ -Achse rotiert.

*Hinweis:* Für die Oberfläche finden Sie eine positive Funktion  $g(x)$ , die immer kleiner als der Integrand ist und für die  $\int_1^\infty g(x) dx = \infty$  gilt.