

Mathematik I WS 2018/19

2. Übungsblatt

30.10.2018

Aufgabe 2.1. Berechnen Sie mit Hilfe von Polarkoordinaten die Real- und Imaginärteile von

$$(\sqrt{3} + i)^{11}, \quad (\sqrt{3} - i)^{11} \quad \text{und} \quad (1 + \sqrt{3}i)^{11}.$$

Aufgabe 2.2. Gegeben sei die Menge $B = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 1 - i| < \sqrt{2}\}$.

(a) Skizzieren Sie B in der Gaußschen Zahlenebene.

(b) An B werden der Reihe nach folgende Transformationen durchgeführt:

- B wird um einen Faktor von $a = 1/\sqrt{2}$ gestreckt.
- Das Ergebnis wird um $b = -\sqrt{2}i$ verschoben.
- Das Ergebnis wird um den Faktor $c = 1 + i$ gedreht (und gestreckt) und wir erhalten die Menge C .

Beschreiben Sie C als $C = \{z \in \mathbb{C} \mid \dots\}$ und skizzieren Sie C in der Gaußschen Zahlenebene.

(c) Stellen Sie die Transformationen von B nach C durch eine einzige Abbildung dar.

Aufgabe 2.3. Wir betrachten die beiden Geraden

$$g : \vec{x} = A + s \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h : \vec{x} = B + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 16 \\ 18 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} -20 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Schnittpunkt C und den Winkel zwischen den beiden Geraden und bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Aufgabe 2.4. Wir betrachten die Geraden

$$e : \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad f : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad g : 4x + 3y = 6 \quad \text{und} \quad h : 4x - 3y = 18.$$

(a) Bestimmen Sie eine Darstellung der Geraden e in Normalform.

(b) Untersuchen Sie die Lagebeziehungen der Geraden f , g und h und bestimmen Sie gegebenenfalls die Schnittpunkte.

Aufgabe 2.5. Gegeben seien die zwei Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h : 3x + 4y = -23$$

und der Punkt $P = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Abstände von P zu g und h und die Punkte auf den Geraden, die jeweils P am nächsten sind.

Aufgabe 2.6. Bestimmen Sie alle Schnittpunkte der beiden Kreise

$$k_1 : \left\| \vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} \right\|^2 = 82 \quad \text{und} \quad k_2 : (x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 100.$$