

Mathematik I WS 2018/19

5. Übungsblatt

20.11.2018

Aufgabe 5.1. Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{8n^2 + 13n + 21} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{4n+2}} \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 - 6n + 10}} \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{4n^3 + (-1)^n n - 2}$$

Aufgabe 5.2. Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n^2 + 3n + 2}} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}((n+1)!)^2}{(2n-1)!} \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}((n-1)!)^2}{(2n+1)!}$$

Aufgabe 5.3. Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n+1} - \sqrt{3n-1}}{n^{\frac{3}{2}}} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2 + 3\sqrt{n}}{5 + 8\sqrt{n}} \right)^n \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{20n^2 + 11 \cdot (-1)^n n}{20n^2 + 18} \right)^n$$

Aufgabe 5.4. Zeigen Sie, dass die folgenden Reihen konvergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \text{ für allgemeines } a \in \mathbb{R} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Bei (a) dürfen Sie die Reihendarstellung der Exponentialfunktion *nicht* verwenden.

Hinweis: finden Sie bei (b) eine konvergente Majorante.

Aufgabe 5.5. Prüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)3^n + 4n}{(n+1)!} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot (-1)^n}{n^2 + n + (-1)^n(n^2 - n)}$$

Aufgabe 5.6. Bestimmen Sie die Werte der beiden konvergenten Reihen

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^n - 3 \cdot 5^n}{8^n} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2 + 2^{2n+2}}{4^n n^2}$$